

3.3.10.4 Zadaci za vježbu

1. Zadana je funkcija $f(x) = \frac{1}{15}(x+7)(x+3)(x-5)$.

a) Odredite koordinate sjecišta grafa funkcije s osi apscisa.

Odgovor: _____

b) Odredi koordinate sjecišta grafa funkcije s osi ordinata.

Odgovor: _____

c) Derivirajte funkciju f .

Odgovor: _____

d) Odredite interval/intervale **rasta i pada** funkcije f .

Odgovor: _____

e) Odredite lokalne ekstreme funkcije f .

Odgovor: _____

f) Odredi nagib (koeficijent smjera) tangente na graf funkcije u točki s apscisom $x = -4$.

Odgovor: _____

g) Nacrtajte graf te funkcije rabeći rezultate prethodnih podzadataka.

(Napomena: Ako neke točke nemaju cijelobrojne koordinate ucrtajte približno.)

2. Zadana je funkcija $f(x) = (x^2 + 6x + 5)(x + 1)$.

a) Odredite sjecišta grafa funkcije s koordinatnim osima.

Odgovor: _____

b) Derivirajte funkciju f .

Odgovor: _____

c) Odredite interval/intervale **rasta i pada** funkcije f .

Odgovor: _____

d) Odredite lokalne ekstreme funkcije f .

Odgovor: _____

e) Odredi nagib (koeficijent smjera) tangente na graf funkcije u točki s apscisom $x = -4$.

Odgovor: _____

f) Nacrtajte graf te funkcije rabeći rezultate prethodnih podzadataka.

(Napomena: Ako neke točke nemaju cijelobrojne koordinate ucrtajte približno.)

3. Zadana je funkcija $f(x) = (x + 4)^2(x + 1)^2$.

a) Odredite sjecišta grafa funkcije s koordinatnim osima.

Odgovor: _____

b) Derivirajte funkciju f .

Odgovor: _____

c) Odredite interval/intervale **rasta i pada** funkcije f .

Odgovor: _____

d) Odredite lokalne ekstreme funkcije f .

Odgovor: _____

e) Odredi jednadžbu tangente na graf funkcije u točki s apscisom $x = -3$.

Odgovor: _____

f) Nacrtajte graf te funkcije rabeći rezultate prethodnih podzadataka.

(Napomena: Ako neke točke nemaju cijelobrojne koordinate ucrtajte približno.)

4. Zadana je funkcija $f(x) = \frac{1}{20}(x^2 - 36)(x - 1)$.

a) Odredite koordinate sjecišta grafa funkcije s osi apscisa.

Odgovor: _____

b) Odredite koordinate sjecišta grafa funkcije s osi ordinata.

Odgovor: _____

c) Derivirajte funkciju f .

Odgovor: _____

d) Odredi intervale monotonosti funkcije f .

Odgovor: _____

e) Odredite lokalne ekstreme funkcije f .

Odgovor: _____

f) Odredite jednadžbu tangente i jednadžbu normale na graf funkcije u točki kojoj je apscisa jednaka $x = 6$.

Odgovor: _____

g) Nacrtajte graf te funkcije rabeći rezultate prethodnih podzadataka.

(Napomena: Točke koje nemaju cijelobrojne koordinate ucrtajte približno.)

5. . Odredite derivaciju funkcije $f(x) = x^{\frac{5}{2}} \cdot \cos x$

Odgovor: $f'(x) = \underline{\hspace{10cm}}$

6. Odredite derivaciju funkcije $f(x) = \sin x^5$.

Odgovor: $f'(x) = \underline{\hspace{10cm}}$

7. Odredite derivaciju funkcije $f(x) = \cos 7x + 7$.

Odgovor: $f'(x) = \underline{\hspace{10cm}}$

8. Odredite derivaciju funkcije $f(x) = \sin(2\pi x)$.

Odgovor: $f'(x) = \underline{\hspace{10cm}}$

9. Odredite derivaciju funkcije $f(x) = 2\cos(3x + 4)$.

Odgovor: $f'(x) = \underline{\hspace{10cm}}$

10. Odredite derivaciju funkcije $f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x+4}$.

Odgovor: $f'(x) = \underline{\hspace{10cm}}$

11. Odredite derivaciju funkcije $f(x) = \frac{x-5}{x^2+1}$.

Odgovor: $f'(x) = \underline{\hspace{10cm}}$

12. Odredite derivaciju funkcije $f(x) = (x^2 - x + 3) \cdot \operatorname{tg} x$.

Odgovor: $f'(x) = \underline{\hspace{10cm}}$

13. Odredite derivaciju funkcije $f(x) = \frac{2\sin^3 x}{\cos x}$.

Odgovor: $f'(x) = \underline{\hspace{10cm}}$

14. Odredite derivaciju funkcije $f(x) = 5\operatorname{tg}^5(5x - 5)$.

Odgovor: $f'(x) = \underline{\hspace{10cm}}$

15. Odredi apscisu točke koja ne pripada osi apscisa i u kojoj je koeficijent smjera tangente na graf funkcije $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4x + 1$ jednak -4 .

Odgovor: _____

16. Odredi koordinate točaka na grafu funkcije $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$ u kojima je nagib tangente na graf funkcije jednak 3.

Odgovor: _____

17. Odredi jednadžbu tangente na graf funkcije $f(x) = x^4 - x^3 + 2x^2 - 3x + 2$ u točki $(1,1)$.

Odgovor: _____

18. Odredi jednadžbu normale na graf funkcije $f(x) = 2x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 8x + 10$ u točki s apscisom $x = 2$.

Odgovor: _____

19. Za koji realan broj x funkcija $f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{5x^2}{2} - 24x + 5$ postiže lokalni minimum?
Odredi vrijednost lokalnog minimuma funkcije.

Odgovor: _____

20. Za koji realan broj x funkcija $f(x) = \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 3x - \frac{15}{8}$ postiže lokalni maksimum? Odredi vrijednost lokalnog maksimuma funkcije.

Odgovor: _____

21. Odredi ekstreme funkcije $f(x) = -2x^3 - \frac{9}{2}x^2 + 6x - 1$.

Odgovor: _____

22. Ako je $f(x) = (3x - 12)^5$ izračunaj $f'(4)$

Odgovor: $f'(4) =$ _____

23. Ako je $f(x) = (7 - 2x)^4$ izračunaj $f'(2)$

Odgovor: $f'(2) =$ _____

24. Na slici je prikazan graf funkcije h koja je definirana na intervalu $\langle a, g \rangle$.

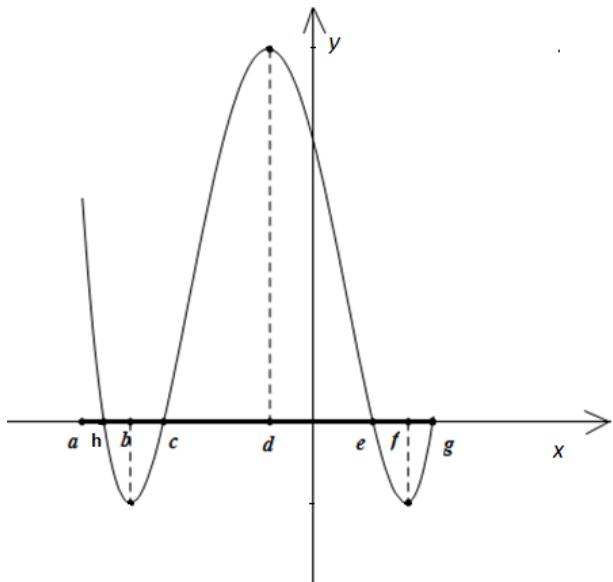
- a) Odredite skup realnih brojeva za koje je **derivacija** funkcije h pozitivna, tj. $h'(x) > 0$. Rješenje zapišite s pomoću intervala upotrebljavajući neke od označenih brojeva a, b, c, d, e, f, g .

Odgovor: _____

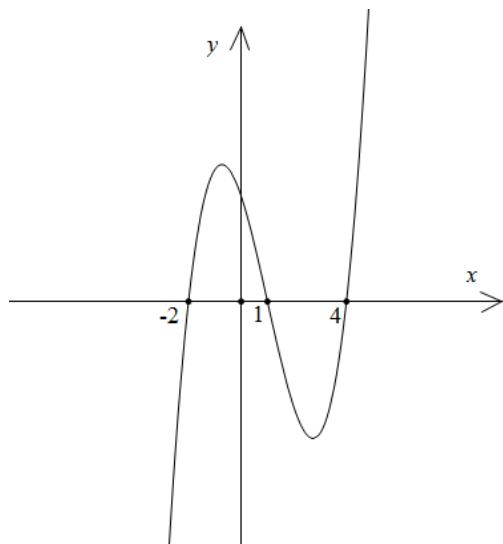
- b) Služeći se grafom funkcije riješi nejednadžbu $h(x) < 0$. Odgovor:

- c) Za koju vrijednost realnog broja x funkcija poprima lokalni maksimum? Odgovor:

- c) Na slici označi skup koji prikazuje sliku funkcije h .



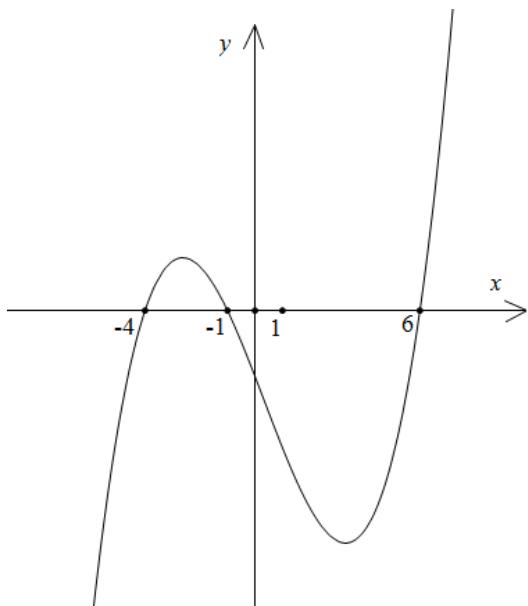
25. Na slici je prikazan graf funkcije f' . Odredite skup realnih brojeva za koje je funkcije f raste.



Odgovor: _____

26. Na slici je prikazan graf funkcije f' . Odredite skup realnih brojeva za koje je funkcije f pada.

Odgovor: _____

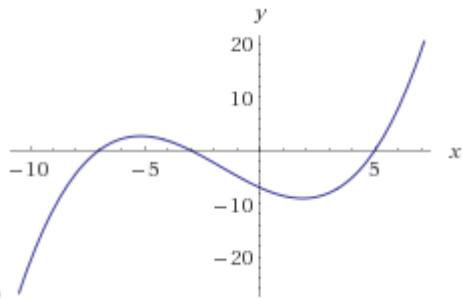


27. Odredite područje definicije funkcije $f(x) = \sqrt{\log_{0.5} \frac{2x+3}{x-4}}$

28. Odredi jednadžbu tangente na graf funkcije $f(x) = x \cdot \ln x$, ako je tangenta paralelna s pravcem $y = x + 7$

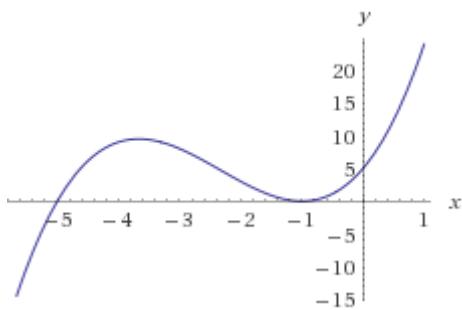
Rješenja 3.3.10.4

1. a) $(-7, 0), (-3, 0), (5, 0)$
 b) $(0, -7)$
 c) $\frac{1}{15}(3x^2 + 10x - 29)$
 d) raste $(-\infty, -\frac{5}{3} - \frac{4\sqrt{7}}{3})$ i $(-\frac{5}{3} + \frac{4\sqrt{7}}{3}, +\infty)$, pada $(-\frac{5}{3} - \frac{4\sqrt{7}}{3}, -\frac{5}{3} + \frac{4\sqrt{7}}{3})$
 e) maksimum = $(-\frac{5}{3} - \frac{4\sqrt{7}}{3}, \frac{128}{405}(7\sqrt{7} - 10))$, minimum = $(-\frac{5}{3} + \frac{4\sqrt{7}}{3}, -\frac{128}{405}(10 + 7\sqrt{7}))$
 f) $k = -\frac{7}{5}$



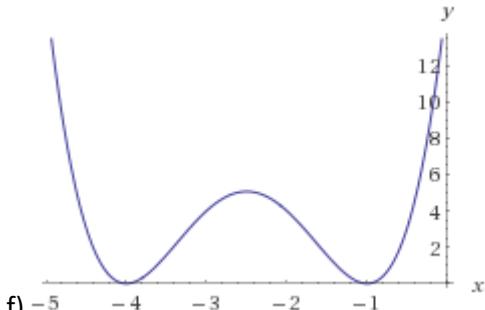
g)

2. a) $(-5, 0), (-1, 0), (0, 5)$
 b) $3x^2 + 14x + 11$
 c) raste $(-\infty, -\frac{11}{3})$ i $(-1, +\infty)$, pada $(-\frac{11}{3}, -1)$
 d) maksimum = $(-\frac{11}{3}, \frac{256}{27})$, minimum = $(-1, 0)$
 e) $k = -\frac{7}{5}$



f)

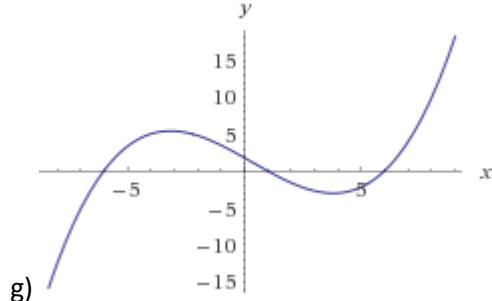
3. a) $(-4, 0), (-1, 0), (0, 16)$
 b) $4x^3 + 30x^2 + 66x + 40$
 c) pada $(-\infty, -4)$ i $(-\frac{5}{2}, -1)$, raste $(-4, -\frac{5}{2})$ i $(-1, +\infty)$
 d) maksimum = $(-\frac{5}{2}, \frac{81}{16})$, minimum = $(-1, 0)$ i $(-4, 0)$
 e) $y = 4x + 16$



f)

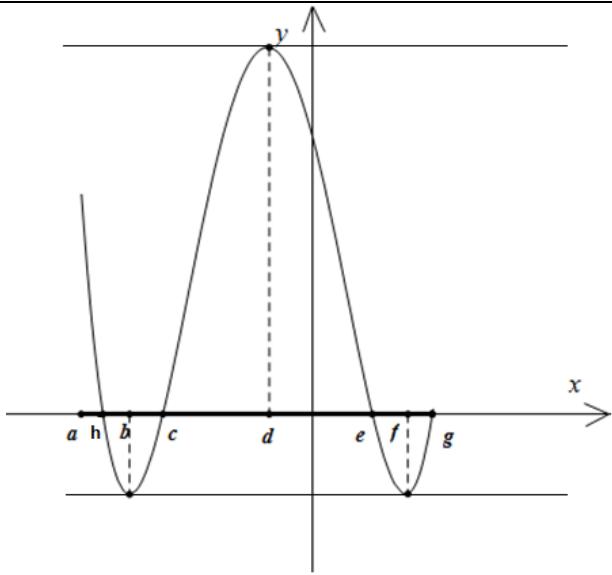
4. a) $(-6, 0), (1, 0), (6, 0)$

- b) $(0, \frac{9}{5})$
c) $\frac{1}{20}(3x^2 - 2x - 36)$
d) raste $(-\infty, \frac{1}{3} - \frac{\sqrt{109}}{3})$ i $(\frac{1}{3} + \frac{\sqrt{109}}{3}, +\infty)$, pada $(\frac{1}{3} - \frac{\sqrt{109}}{3}, \frac{1}{3} + \frac{\sqrt{109}}{3})$
e) maksimum = $(\frac{1}{3} - \frac{\sqrt{109}}{3}, \frac{1}{270}(323 + 109\sqrt{109}))$, minimum = $(\frac{1}{3} + \frac{\sqrt{109}}{3}, \frac{1}{270}(323 - 109\sqrt{109}))$
f) tangenta $y = 3x - 18$, normala $y = -\frac{1}{3}x + 2$



g)

5.	$\frac{1}{2}x^2(5\cos x - 2x \sin x)$
6.	$5\sin^4 x \cos x$
7.	$-7\sin(7x)$
8.	$2\pi\cos(2\pi x)$
9.	$-6\sin(3x+4)$
10.	$\frac{x^2+8x-12}{(x+4)^2}$
11.	$\frac{-x^2+10x+1}{(x^2+1)^2}$
12.	$\frac{(x^2-x+3)}{\cos^2 x} + (2x-1)\operatorname{tg} x$
13.	$2(\cos(2x)+2)\operatorname{tg}^2 x$
14.	$\frac{125\operatorname{tg}^4(5-5x)}{\cos^2(5-5x)}$
15.	$x=0, x=-2$
16.	$(-1, -2)$
17.	$y=2x-1$
18.	$y=-\frac{1}{32}x + \frac{289}{16}$
19.	$x=3$
20.	$x=-\frac{3}{2}$
21.	Maksimum = $(\frac{1}{2}, \frac{5}{8})$, minimum = $(-2, -15)$
22.	0
23.	-216
24.	a) $\langle b, d \rangle \cup \langle f, g \rangle$ b) $\langle h, c \rangle \cup \langle e, g \rangle$ c) y



d)

25.	Raste $(-2, 1) \cup (4, +\infty)$
26.	Pada $(-\infty, -4) \cup (-1, 6)$
27.	$\left[-7, -\frac{3}{2} \right]$
28.	$y = x - 1$