

## 5. 2. 4. Dodatni zadaci

1. Riješi trokut ako je zadano:

- a)  $b = 11, c = 25, \beta = 32^\circ 15'$
- b)  $b = 21, c = 25, \beta = 32^\circ 15'$

Rješenje:

Zadane su dvije stranice i kut nasuprot jedne od njih, zaključujemo da treba koristiti sinusov poučak. Uočimo, zadan je kut nasuprot kraće stranice i moguće je da zadatak ima jedno, dva ili nema rješenja.

$$a) \frac{c}{\sin \gamma} = \frac{b}{\sin \beta} \Rightarrow \sin \gamma = \frac{c \sin \beta}{b} \Rightarrow \gamma = \arcsin\left(\frac{c \sin \beta}{b}\right)$$

Kako je  $\frac{c \sin \beta}{b} = 1.2127 > 1$ , zadatak nema rješenja.

$$b) \frac{c}{\sin \gamma} = \frac{b}{\sin \beta} \Rightarrow \sin \gamma = \frac{c \sin \beta}{b} \Rightarrow \gamma = \arcsin\left(\frac{c \sin \beta}{b}\right)$$

1. slučaj:

$$\gamma_1 = 39^\circ 26' 20''$$

$$\alpha_1 = 180^\circ - \beta - \gamma_1 = 108^\circ 18' 40''$$

$$a_1 = \frac{b \sin \alpha_1}{\sin \beta} = 37.3615322 = 37.362$$

Uočimo, stranicu  $a$  mogli smo računati i primjenom kosinusovog poučka

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$$

$$a_1 = \sqrt{21^2 + 25^2 - 2 \cdot 21 \cdot 25 \cdot \cos 108^\circ 18' 40''} = 37.3615322 = 37.362$$

$$P = \frac{b c \sin \alpha}{2} = 249.208199272 = 249.208$$

2. slučaj

$$\gamma_2 = 180^\circ - 39^\circ 26' 20'' = 140^\circ 33' 40''$$

$$\alpha_2 = 180^\circ - \beta - \gamma_2 = 7^\circ 11' 20''$$

$$a_2 = \frac{b \sin \alpha_2}{\sin \beta} = 4.92482392148 = 4.925$$

$$P = \frac{b c \sin \alpha}{2} = 32.8494691604 = 32.849$$

2. Odredi najveći kut trokuta ako su njegove stranice  $a = 9$ ,  $b = 3$ ,  $c = 11$ .

Rješenje:

Najveći kut je nasuprot najduže stranice, tražimo kut  $\gamma$ .

Prema kosinusovom poučku je  $\cos \gamma = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$ .

$$\Rightarrow \cos \gamma = \frac{9^2+3^2-11^2}{2 \cdot 9 \cdot 3} = -\frac{31}{54}$$

$$\Rightarrow \gamma = \arccos\left(-\frac{31}{54}\right) = 125^\circ 2' 5''$$

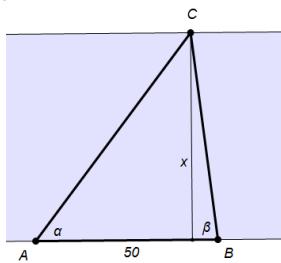
3. Na jednoj strani (obali) kanala rastu dva stabla (u točkama  $A$  i  $B$ ) na udaljenosti 50 m.

Na drugoj strani kanala je još jedno stablo (u točki  $C$ ). Izmjereni su kutovi  $\alpha =$

$\angle BAC = 53^\circ 07' 48''$  i kut  $\beta = \angle ABC = 83^\circ 16' 02''$ . Kolika je širina kanala? (Strane kanala su ravne i paralelne.)

Rješenje:

Nacrtajmo skicu:



Označimo širinu kanala sa  $x$ . Ona je jednaka visini  $\Delta ABC$  na stranicu  $\overline{AB}$ .

Površinu  $\Delta ABC$  možemo izračunati na dva načina:

$$P = \frac{50x}{2} = 25x$$

$$P = \frac{1}{2} b c \sin \alpha, \text{ a kako je iz sinusovog poučka } b = \frac{c \sin \beta}{\sin \gamma} \Rightarrow P = \frac{c^2 \sin \alpha \sin \beta}{2 \sin \gamma}$$

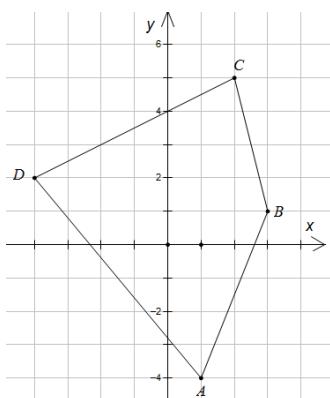
$$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta = 43^\circ 36' 10''$$

Izjednačimo površinu:

$$25x = \frac{50^2 \sin \alpha \sin \beta}{2 \sin \gamma}$$

$$x = \frac{50 \sin \alpha \sin \beta}{\sin \gamma} = 57.599983 \text{ m} = 57.6 \text{ m}$$

1. U četverokutu prikazanom u koordinatnom sustavu odredi kut kod vrha A.



A.  $50^{\circ}31'$

B.  $61^{\circ}36'$

C.  $68^{\circ}12'$

D.  $50^{\circ}12'$

2. U pravilnom  $n$ -terokutu polumjeri upisane i opisane kružnice odnose se kao  $1:2$ .

Koliko stranica ima zadani  $n$ -terokut?

A. 4

B. 6

C. 8

D.

3. Odredi sredњi kut koji pripada tetivi čija duljina se prema duljini polumjera kružnice odnosi kao  $5:3$ .

Odgovor: \_\_\_\_\_

4. Kolika je duljina ortogonalne projekcije dužine duljine  $35\text{cm}$ , ako je kut između dužine i ravnine projekcije jednak  $37^{\circ}38'$ ?

Odgovor: \_\_\_\_\_

5. Maja s prozora na visini  $3\text{m}$  od tla vidi balon pod kutom elevacije  $31^{\circ}$ . Udaljenost njene kuće od točke koja je na tlu točno ispod balona je  $273\text{m}$ . Na kojoj visini je bio balon kada ga je ugledala? Rješenje zaokruži na najbliži cjelobrojni metar.

A.  $167\text{m}$

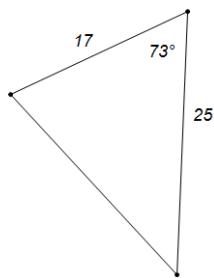
B.  $237\text{m}$

C.  $143\text{m}$

D.  $144\text{m}$

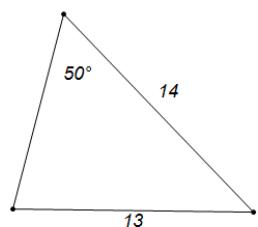
6. Odredi nepoznate stranice, nepoznate kutove i izračunaj površinu trokuta.

a)



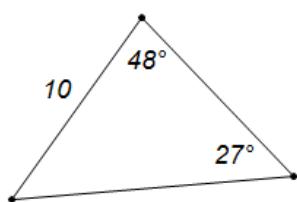
Odgovor: \_\_\_\_\_

b)



Odgovor: \_\_\_\_\_

c)



Odgovor: \_\_\_\_\_

7. Kutovi trokuta su u omjeru 4:8:3. Ako je polumjer opisane kružnice  $25\text{cm}$  izračunaj duljine stranica i polumjer upisane kružnice.

Odgovor: \_\_\_\_\_

8. Kutovi trokuta su uzastopni članovi aritmetičkog niza s diferencijom 10. Ako je najduža stranica trokuta 25 cm, kolike su duljine ostalih dviju stranica?

Odgovor: \_\_\_\_\_

9. Na kružnicu promjera 22 cm iz točke koja je od središta kružnice udaljena za 57 cm povučene su tangente. Koliki kut one zatvaraju?

Odgovor: \_\_\_\_\_

10. Dijagonale pravokutnika sijeku se pod kutom  $99^\circ 21'$ . Stranica nasuprot toga kuta je  $a = 52.13 \text{ cm}$ . Odredi duljinu druge stranice pravokutnika.

Odgovor: \_\_\_\_\_

11. Stranice trokuta su uzastopni članovi aritmetičkog niza razlike četiri. Jedan kut je  $120^\circ$ . Izračunaj površinu trokuta.

Odgovor: \_\_\_\_\_

12. Duljine osnovica trapeza su  $a = 15 \text{ cm}$  i  $c = 11 \text{ cm}$ , a kutovi uz dulju osnovicu su  $\alpha = 54^\circ$  i  $\beta = 77^\circ$ . Izračunaj duljine krakova trapeza, s točnošću na dvije decimale.

Odgovor: \_\_\_\_\_

13. Površina trokuta je  $15 \text{ cm}^2$ , a dva kuta su mu  $21^\circ 30'$  i  $77^\circ 21'$ . Odredi razliku duljina najduže i najkraće stranice (s točnošću na četiri decimale).

Odgovor: \_\_\_\_\_

14. Duljine dviju stranica trokuta su 12 cm i 14 cm, a kut nasuprot jedne od njih dvostruko je veći od kuta nasuprot druge. Izračunaj opseg trokuta.

Odgovor: \_\_\_\_\_

15. U jednakostaničnom trokutu točka  $D$  dijeli stranicu na dijelove duljina 1 cm i 5 cm (i bliža je vrhu  $A$ ). Točka  $E$  je presjek dužine  $\overline{CD}$  i simetrale kuta  $\beta$ .

a) Izračunaj  $|CD|$ .

Odgovor: \_\_\_\_\_

b) Izračunaj  $|DE|$ .

Odgovor: \_\_\_\_\_

16. Dijagonale paralelograma su duge  $13\text{ cm}$  i  $17\text{ cm}$ , a kut između njih je  $\varphi = 115^\circ$ . Izračunaj opseg i površinu paralelograma.

Odgovor: \_\_\_\_\_

<b>5.2.4 Rješenja</b>	
1.	B. $61^\circ 36'$
2.	3
3.	$112^\circ 53' 7''$
4.	27.72cm
5.	A. 167m
6.	a) $c=25.79$ , $\alpha = 67^\circ 56'$ , $\beta = 39^\circ 4'$ b) $c=16.13$ , $\alpha = 55^\circ 35'$ , $\gamma = 74^\circ 24'$ c) $a=16.37$ , $c = 21.28$ , $\gamma = 105^\circ$
7.	$a=37.16\text{cm}$ , $b=49.23\text{cm}$ , $c=29.39\text{cm}$ , $r=9.4\text{cm}$
8.	$a=19.84\text{ cm}$ , $b= 22.7\text{ cm}$
9.	$21^\circ 50'$
10.	44.4cm
11.	$25.98\text{ cm}^2$
12.	$b=2.35\text{cm}$ , $d=1.95\text{cm}$
13.	5.7275cm
14.	30.34cm
15.	a) 5.57cm b) 2.53cm
16.	$O=41.86\text{cm}$ , $P=100.15\text{cm}^2$